

Preparáte con Quédate.
Cartilla de trabajo para Matemáticas operativas.

Gillian M. Valencia
Marlon D. Arcila Vanegas

Colegio Mayor de Antioquia
Fac. de Arquitectura e Ingeniería
Medellín, colombia

Índice general

Proólogo III

2 | Capítulo 1 Exponentes y radicales.

- 1.1 Leyes de los exponentes 2
- 1.2 Taller sobre exponentes 2
- 1.2.1 Simplificar y expresar con exponentes positivos. 2
- 1.3 Leyes de los radicales 3
- 1.4 Taller sobre radicales 3
- 1.4.1 Reescribir la expresión, empleando un radical. 4

5 | Capítulo 2 Expresiones algebraicas.

- 2.1 Operaciones entre expresiones algebraicas 5

9 | Capítulo 3 Fracciones algebraicas.

- 3.1 Fracciones algebraicas 9

12 | Capítulo 4 Inecuaciones.

- 4.1 Inecuaciones en una variable 12

16 | Capítulo 5 Ecuaciones.

- 5.1 Ecuaciones. 16

Capítulo 6

Sistemas de ecuaciones.

6.1 Sistemas de ecuaciones 21

25

Capítulo 7

Razones trigonométricas.

7.1 Razones trigonométricas 25

30

Capítulo 8

Leyes del seno y coseno.

8.1 Ley del seno 30

32

Capítulo 9

Ecuaciones trigonométricas.

Prólogo

1

Exponentes y radicales.

1.1 Leyes de los exponentes

1.2 Taller sobre exponentes

1.2.1 Simplificar y expresar con exponentes positivos.

1. $\frac{16^3}{144^3}$

2. $4(5^2 - 3^3)^0$

3. $a^{-b}(a^{-2b+1})^2$

4. $\frac{24x^{b+2}y^{c-4}}{6x^{2-b}y^{2c}}$

5. $\frac{12x^2y^4}{-36x^4y^3}$

6. $7a^2(3a^{-1})$

7. $\frac{(-5)^4(-5)^2(-5)}{(-5)^3}$

8. $\frac{110m^8n^{-3}p^7}{15m^7n^4p}$

9. $\frac{6^{-2}a^{-1}b^3c^{-5}}{2^{-3}ab^{-1}c^{-2}}$

10. $\left[\frac{-x^2y^2z^3}{x^4yz} \right]^{-5}$

11. $\left(\frac{3^{-2}3^{-5}3^3}{3^53^4} \right)^{-2}$

12. $\left[\left(\frac{11^3}{11^2} \right)^{-2} \right]^3$

13. $\left(\frac{a^{-1}b^2c^{-2}}{a^2b^4c^{-3}} \right)^{-5}$

14. $\left(\frac{16x^2}{y^{-2}} \right)^{-\frac{1}{4}}$

15. $\left(\frac{4^{-2} - 3^{-2}}{2^{-1}} \right)^{-2}$

16. $\left(\frac{a^{2n+1}}{a^{n+1}} \right)^{\frac{1}{n}}$

17. $\frac{(2^x)(4^{x+1})(3^{4x})(36)}{(3)(8^x)(16)(81^x)}$

18. $\left(\frac{8w^5x^6y^3z^{-2}}{3x^{-5}y^7z^5} \right)^{-2}$

19. $(x^{2n+3})(x^{4n-1})(x)$

20. $\left(-\frac{x^3y^{-1}z^{-2}}{2xy^4z^{-3}} \right)^{-2}$

21. $\frac{6^{-2}a^{-1}b^3c^{-5}}{2^{-3}(ab)^{-1}c^{-2}}$

22. $\left(\frac{a^{-1}b^2c^{-3}}{a^2b^4c^{-3}} \right)^{-5}$

23. $(-1)^3(-1)^{10}(-1)^{-9}$

24. $\frac{2^{n+1}}{(2^n)^{n-1}} \div \frac{4^{n+1}}{(2^{n-1})^{n+1}}$

25. $\frac{(d^{-3+m})(d^{-5m+4})}{d^{-2m+1}}$

26. $\frac{(3m^5n^2)^2(4mn^{-2})}{6m^7n^4}$

27. $\frac{(a^n)^{n-1}}{a^{n+1}} \div \frac{(a^{n-1})^{n+1}}{(a^2)^{n+1}}$

28. $\left[\left(\frac{1}{x a + b} \right)^{a - \frac{b^2}{a}} \right]^{\frac{a}{a-b}}$

29. $\left(\frac{\frac{1}{(x) a - 1}}{\frac{1}{(x) a + 1}} \right)^{\frac{a^2 - 1}{a}}$

30. $\left[\frac{2^n(2^{n-1})^n}{2^{n+1}2^{n-1}} \times \frac{1}{4^{-n}} \right]^{\frac{1}{n^2}}$

31. $\left(\frac{16^{-2}a^{\frac{1}{2}}b^{-3}}{81^{-1}a^{-\frac{1}{2}}b^3} \right)^{-\frac{1}{4}}$

32. $(4)(2)^{-2} + (3)(4)^{-1}$

33. $(x^a y^{-b})^3 (x^3 y^2)^{-a}$

34. $\frac{2^4 4^{n+1}}{3(8^n)} \times \frac{9^{2n}}{16} \times \frac{36(2^{2n} + 4^n)^{-3}}{81^n}$

$$35. \left[\frac{(-3h^2k^3)^{-2}(-2hk)^2}{(4h^3k^2)^2} \right]^{-3}$$

$$36. \left[\left(\frac{a^{b+d}}{a^{b-d}} \right)^b (a^{b+d})^{b-d} \left(\frac{a^d}{a^b} \right)^d \right]^{\frac{1}{b}}$$

$$37. \left[\left(\frac{x^a}{x^{2a}} \right) \left(\frac{x^{2a}}{x^{a+1}} \right) \left(\frac{x^a}{x^{-1}} \right)^{a+1} \right]^{\frac{1}{a}}$$

$$38. \left[\frac{(5^2)^2 \div 5^{n^2}}{225(5^n)^{n+1} \div (3^2)^3 \div 3^{n^2}} \right] \left[\frac{5^{n(2n+1)}}{3^{n(1-2n)}} \right]$$

1.3 Leyes de los radicales

1.4 Taller sobre radicales

Simplificar los siguientes radicales.

$$1. \sqrt{228}$$

$$2. \sqrt{144x^4}$$

$$3. \sqrt{720}$$

$$4. \sqrt[3]{-108x^6y^9}$$

$$5. \sqrt{\frac{121x^8w}{81xw^3}}$$

$$6. \frac{3ab}{2c} \sqrt{\frac{16c^4}{9a^2b^6}}$$

$$7. \sqrt{\frac{(x+y)^4}{(x+y)^6}}$$

$$8. a \sqrt{\frac{b^{2n}}{a^{n+2}}}$$

$$9. (\sqrt{z^2})(\sqrt[3]{27z^9})$$

$$10. \sqrt[3]{\frac{64x^6y^9}{27a^3}}$$

$$11. \frac{\sqrt[5]{\sqrt{2^{20}8^{100}}}}{\sqrt[6]{2^{18}}}$$

$$12. 9\sqrt{4x^{4n+4}}$$

$$13. \sqrt[3]{9} \times \sqrt[3]{24}$$

$$14. \sqrt[4]{\frac{3}{5}} \times \sqrt[4]{\frac{125}{27}}$$

$$15. \sqrt{\frac{54xy^4}{50yx^3}}$$

$$16. 21\sqrt{284} \div 8\sqrt{98}$$

$$17. \sqrt[3]{108} \div \sqrt[3]{24}$$

$$18. \sqrt[6]{(2u^{-3}v^4)^6}$$

$$19. \sqrt[3]{(2r-5)^6}$$

$$20. \sqrt[5]{\frac{8x^3}{y^4}} \sqrt[5]{\frac{4x^4}{y^2}}$$

$$21. \frac{\sqrt[4]{x^{15}(y-1)^6}}{\sqrt[4]{x^3(y-1)^2}}$$

$$22. \sqrt{x^3 \sqrt{x^4 \sqrt{x}}}$$

$$23. \frac{\sqrt{9x}}{\sqrt[3]{3x^2}}$$

$$24. \sqrt[3]{2\sqrt[4]{8}}$$

$$25. \frac{(\sqrt{a})(\sqrt[3]{a^2})(\sqrt[4]{a^3})}{\sqrt[6]{a^4}}$$

$$26. \sqrt[4]{\frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt{\frac{1}{8}}}}$$

$$27. \sqrt[5]{\frac{3x^{11}y^3}{9x^2}}$$

$$28. \frac{\sqrt[8]{y^7z^{-3}}}{\sqrt[6]{y^{-1}z^5}}$$

$$29. \sqrt[5]{\frac{\sqrt{(x^2)^3} \sqrt{xx^5}}{x\sqrt{x^{-5}}}}$$

$$30. \sqrt{\frac{(\sqrt{x})\left(\sqrt[3]{y^2}\right)}{\sqrt[4]{z^3}}} \times \frac{\sqrt[6]{x^{-5}}}{\left(\sqrt[8]{z^{-5}}\right)\left(\sqrt[6]{y^{-1}}\right)}$$

$$31. \sqrt{20} + \sqrt[3]{250} + \sqrt{180} - \sqrt[3]{432}$$

$$32. \left(\frac{x^{-2}y^3}{x^3y^{-1}} \right)^{-\frac{1}{3}} \times \sqrt{\frac{x^3y}{\sqrt{y}}}$$

$$33. \left(\frac{\sqrt[3]{a^2b^{-3}}}{\left(\frac{1}{x-2} \right) (\sqrt[3]{y})} \right)^5 \left(\frac{\frac{1}{3}b^{-1}}{\sqrt{a^3}\sqrt{y}} \right)^{-1}$$

$$34. \sqrt{54} + \sqrt{40} - \sqrt{320}$$

$$35. \sqrt{3\sqrt[5]{32\sqrt[7]{x^{70}w^{35}}}}$$

$$36. \sqrt{5} - \sqrt{20} - \sqrt{45} + \sqrt{80}$$

$$37. \left(\frac{3}{4}\sqrt{21} \right) \left(\frac{8}{3}\sqrt{42} \right) (4\sqrt{22})$$

$$38. \sqrt[4]{(3x^5y^{-2})^4}$$

$$39. \left(\sqrt[3]{3t^2s^4} \right) \left(\sqrt[3]{-9s^{-1}t^4} \right)$$

Reescribir la expresión, empleando exponentes racionales.

1. $\sqrt[4]{x^3}$

2. $\sqrt[3]{(a+b)^2}$

3. $\sqrt{a+\sqrt{b}}$

4. $\sqrt[3]{r^3-s^3}$

1.4.1 Reescribir la expresión, empleando un radical.

1. $4x^{\frac{3}{2}}$

4. $(4+x)^{\frac{3}{2}}$

6. $(8-y)^{\frac{1}{3}}$

8. $\left(x^2y^{\frac{3}{4}}\right)^{\frac{2}{3}}$

2. $(4x)^{\frac{3}{2}}$

7. $\left(xy^{\frac{1}{4}}\right)^{\frac{1}{5}}$

3. $4+x^{\frac{3}{2}}$

5. $8-y^{\frac{1}{3}}$

2

Expresiones algebraicas.

2.1 Operaciones entre expresiones algebraicas

Escribir de forma simbólica, los siguientes enunciados.

1. Expresión algebraica no polinomio.
2. Un término con exponente racional negativo.
3. Binomio de grado 3 y una variable.
4. Trinomio de grado 5, con 3 variables y coeficiente negativo.
5. Polinomio de 5 términos, 2 variables y grado 3.
6. No polinomio de dos términos con coeficientes irracionales.

Escribir una expresión algebraica que represente cada situación.

1. El triple de un número aumentado en 4.
2. El cociente negativo de los números x y y .
3. La diferencia de dos números dividido entre -3.
4. El producto de dos números y su consecutivo.
5. La raíz cúbica del doble del cuadrado de x .
6. La semisuma de m y n .
7. Un número disminuido en el triple de la suma entre z y w .
8. El área de un cuadrado de lado l .
9. El perímetro de un triángulo equilátero de lado a .
10. El volumen de una caja de altura x , ancho el cuadrado de
11. la altura y largo el producto de alto y ancho.

Evaluar cada expresión, en los valores indicados.

Expresión Algebraica	m	n	valor numérico.
$2m^2 - 5 + n$	4	0	
$\frac{m}{n^2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{9}$	
$\frac{3(m+n)}{2}$	5	$-\frac{1}{3}$	
$-(-m - n)$	8	-6	
$\frac{54}{m+n}$	-9	15	
$-\sqrt[3]{mn}$	-25	5	
$5m - (-n)$	0	6	
$\frac{m}{4} + \frac{4}{n}$	8	-4	
$m^2 - n^3$	12	-3	

Reducir los términos semejantes en cada una de las expresiones algebraicas.

- $-a + b - c + 8 + 2a + 2b - 5 - 2c - 3a - 3$
- $m^2 + 71mn - 14m^2 - 65mn + m^3 - 8m$
- $(a + b)^2 - 5(a + b)^2 + 4(a + b) - 8(a + b)$
- $\frac{3}{5}m^2 - 3mn + 10m^2 - \frac{1}{3}mn + 2mn - 2m^2$
- $\frac{3}{25}a^{m-1} - \frac{7}{50}b^{m-2} + \frac{3}{5}a^{m-1} - \frac{1}{25}b^{m-2} - 0,2a^{m-1} + \frac{1}{5}b^{m-2}$
- $2a^{x+1} - 5a^{x+2} - 3a^{x+1} - 9a^{x+2} + 3$
- $x^4y - x^3y^2 + x^2y - 8x^4y - x^2y - 10 + x^3y^2 - 7x^3y^2 - 9 + 21x^4y$
- $5a^{x+1} - 3b^{x+2} - 8c^{x+3} - 50 + 4b^{x+2} - 65 - b^{x+2} + 90 + c^{x+3} + 7c^{x+3}$

Calcular las siguientes sumas.

- $(2mn + 5m^2n^2 - 8) + (-5m^2n^2 - 2mn - 6)$
- $(xy^2 - 2x^3 + 5x^2y) + (3xy^2 - x^2y + x^3)$
- $(\frac{2}{9}a^x + \frac{1}{3}a^x + a) + (-5a^x + 3a)$
- $(\frac{5}{6}x^2 - \frac{2}{3}y^2 + \frac{3}{4}xy) + (-\frac{1}{2}xy - \frac{1}{6}x^2 + \frac{1}{8}y^2) + (\frac{5}{6}xy - \frac{1}{3}x^2 + \frac{1}{4}y^2)$
- $(\frac{2}{9}a^3 + \frac{5}{6}ax^2 - \frac{1}{3}x^3) + (-\frac{3}{7}a^2x - \frac{7}{8}ax^2 - \frac{1}{9}x^3) + (-\frac{2}{3}a^3 + \frac{1}{2}a^2x - \frac{1}{4}ax^2)$
- $(\frac{3}{25}a^{m-1} - \frac{3}{4}b^{m-2} + \frac{3}{5}a^{m-1}) + (-\frac{1}{25}b^{m-2} - \frac{5}{10}a^{m-1} + \frac{1}{5}b^{m-2}) + (-\frac{1}{25}a^{m-1} + b^{m-2})$

Realizar las siguientes operaciones.

- $(9x^2y^2 + 5x^2y - 9) - (-15x^2y + 9 - 12x^2y^2)$
- $(\sqrt{3}x - \sqrt{5}y + 4) - (-\sqrt{3}x + \sqrt{5}y + 4)$
- $(2ax^2 + \frac{1}{2}x^3 + \frac{3}{5}ax^3 + x^4) - (-10ax^2 + \frac{2}{5}ax^3 - \frac{1}{2}x^4)$
- $(2^x3^y + \frac{2}{3}2^x - \frac{1}{3}3^y) - (-5)2^x3^y + \frac{8}{15}2^x + \frac{1}{3}3^y$
- $(3bx^2 + 2 - bx - ax^3) - (3abx^2 + 3bx^2 - 6x + 7 - 2ax^3)$
- De $\frac{5}{8}x^2y + \frac{1}{4}xy^2 - \frac{1}{3}$ restar $\frac{5}{6}x^3 - \frac{7}{8}xy^2 + 6$
- Restar $14xy^2 - 24x^2y + 15x^3 - 10$ de $14xy^2 - 21x^2y + 5x^3 - 18$
- Restar $-5a^3b^2 + 8a^2b^3 - 7ab^3 + 3b^4$ de la suma de $3ab^3 + 5b^4 - 9a^2b^3$ y $5a^2b^3 + 6b^4 - 2a^3b^2 + 7ab^3$

Calcular.

$$\text{Si } A = 5a^3 + 6a^2b - 8ab - 9b^3; B = 5a^3 - 20a^2b - 3ab - 18 \text{ y } C = 3a^3 - 7ab^2 - 5b^3$$

1. $(2A + B) - (2B + C)$
2. $A - 2B + 3C$

Encontrar el producto indicado.

- | | |
|--|--|
| a) $(-\frac{1}{2}x^2y)(\frac{1}{4}x^3y^2)(-\frac{5}{3}x^4y^3)(-\frac{1}{4})$ | 4. $(a^4 - 3a^2b + a^3b - ab^3 + b^4)(a^2 - 2ab + b^2)$ |
| 1. $(-9xy - 6x^2y + 3)(-15xy^2)$ | 5. $(x^{n+1} + 2x^{n+2} - x^{n+3})(x^2 + x)$ |
| 2. $a^{x+1}(-2a^{x+1} + 3a^{x+2} + 5a^{x+3})$ | 6. $(x^{a+2}y^{x+1} + 3x^a y^{x+1} - 4x^{a+1}y^x)(-2x^{2a-1}y^{x-2} - 10^{2a+3}y^x)$ |
| 3. $(-x - 3y)(-8 - 5y)(-2x - 5y)$ | 7. $(x^{10} - 5x^6y^4 + 3x^2y^8 - 6y^{10})(x^6 - 4x^4y^2 + y^6 - 5x^2y^4)$ |

Efectuar las siguientes operaciones, empleando los productos notables.

- | | |
|--|--|
| 1. $(2x^3 + 3y^2)^2$ | 15. $(x^4 + y^4)(x^4 - y^4)$ |
| 2. $(a^2x + by^2)^2$ | 16. $(2x - 3y)^2 - (3y - 2x)^2$ |
| 3. $(10x^3 - 9xy^5)^2$ | 17. $(2x + 9y)^3$ |
| 4. $(a^x - b^{x+1})^2$ | 18. $(4n + 3)^3$ |
| 5. $(2x + 3y + x)^2$ | 19. $(a^2 - 2b)^3$ |
| 6. $(x^{a+1} - 3x^{a-2})^2$ | 20. $(m + n)^3 - (m - n)^3 + (m^3 + n^3)$ |
| 7. $(a - 4b)(a + 4b)$ | 21. $(2x + y^2 - z)^2$ |
| 8. $(x^2 + a^2)(x^2 - a^2)$ | 22. $(\sqrt{t^2 + 1} + 1)(\sqrt{t^2 + 1} - 1)$ |
| 9. $(e^x + e^{-x})(e^x - e^{-x})$ | 23. $(x^{m+1} + 3)^3$ |
| 10. $(2a + 1)(1 - 2a)$ | 24. $(2x - 3y)(4x^2 + 6xy + 9y^2)$ |
| 11. $(a^{x+1} - 2b^{x-1})(2b^{x-1} + a^{x+1})$ | 25. $(a^3 + 7b^2)(a^6 - 7a^3b^2 + 49b^4)$ |
| 12. $(x + y + z)(x + y - z)$ | 26. $(\frac{1}{3}x - \frac{1}{2}y)(\frac{1}{9}x^2 + \frac{1}{6}xy + \frac{1}{4}y^2)$ |
| 13. $(m^2 - 2m - 11)(m^2 + 2m + 11)$ | 27. $(5 - 2x)(25 + 10x + 4x^2)$ |
| 14. $(t + 3)(t + 2)(t - 2)(t - 3)$ | |

Emplear los productos notables para resolver.

- | | |
|-----------------------------|-------------------------|
| 1. $(a - 4)(a - 9)$ | 5. $(x + 15y)(x + 4y)$ |
| 2. $(x - a)(x + 2a)$ | 6. $(2y - x)(2y + 5x)$ |
| 3. $(x^3 - y)(x^3 + 3y)$ | 7. $(3ab + 5)(3ab - 8)$ |
| 4. $(7^{2x} - 2)(49^x + 3)$ | 8. $(x^2 - y^2)^4$ |

9. $(a^2 + 6)(a^2 - 13)$

10. $(x + x^2 + x^3 + x^4)^2$

11. $(a + b - x + y)(a + b + x - y)$

12. $(2a^x + 5)(4 + 2a^x)$

13. $(w^2 - x^3)^5$

14. $(a^3 + b^3)^4$

15. $\left(\sqrt{a} - \frac{1}{b}\right)\left(\sqrt{a} + \frac{1}{b}\right)$

Calcular el cociente y residuo que se obtiene de las siguientes divisiones.

1. $(a^4 - a^3 - 8a^2 + 12a - 9) \div (a^2 + 2a - 3)$

2. $(2x^3 - 3x^2 - 6x - 1) \div (2x^2 - 5x - 1)$

3. $\left(\frac{1}{16}m^3 - \frac{5}{8}m^2n - n^3 + \frac{5}{3}mn^2\right) \div \left(\frac{1}{4}m - \frac{3}{2}n\right)$

4. $(12a^3 + 33ab^2 - 35a^2b - 10b^3) \div (4a - 5b)$

5. $(x^5 + 3ax^4 - 7a^2x^3 + 7a^3x^2 - 4a^4x + a^5)$

6. $(4y^3 - 2y^5 + y^6 - y^4 - 4y + 2) \div (y^4 + 2 - 2y^2)$

7. $(x^8 - y^8) \div (x - y)$

8. $(14x^4 + 45x^3y + 78x^2y^2 + 45xy^3 + 14y^4) \div (2x^2 + 5xy + 7y^2)$

9. $(x^{2n+3} + 4x^{2n+2} + x^{2n+1} - 2x^{2n}) \div (x^n + x^{n+1})$

10. $(2x^3 - 5x^2 + 4x - 1) \div (x + 1)$

11. $(x^3 + 5x^2 + 8x + 6) \div (x - 3)$

12. $(2x^2 + 17x + 21) \div (2x + 3)$

13. $(6x^5 - 7x^4 + 8x - 9x^2) \div (3x + 4)$

14. $(5m^4 + 21m^3 - x + 17) \div (x + 4)$

15. $(3m^7 - 11m^5 + m^4 + 18m^3 - 8m - 3m^2 + 4) \div (m^4 - 3m^2 + 4)$

3

Fracciones algebraicas.

3.1 Fracciones algebraicas

Determinar con qué expresión se puede reemplazar \boxtimes , de forma que se obtenga un par de fracciones equivalentes. La respuesta NO es única.

$$1. \frac{z-4}{z+3} = \frac{\boxtimes}{z^2+5z+6}$$

$$2. \frac{5x}{2x+y} = \frac{\boxtimes}{4x^2+4xy+y^2}$$

$$3. \frac{x-2y}{3x+y} = \frac{5x^2-9xy-2y^2}{\boxtimes}$$

$$4. \frac{3a+m}{4a-2m} = \frac{\boxtimes}{16a^2+72am-40m^2}$$

Simplificar las siguientes fracciones algebraicas.

$$1. \frac{3x^2+3x-6}{6x^2-12x+6}$$

$$2. \frac{4x^2-4}{12x^2+12x-24}$$

$$3. \frac{x^3-8}{2x^2-8x+8}$$

$$4. \frac{30pq+45pr}{60p^2q^2+90p^2q}$$

$$5. \frac{20a^3-20b^3}{5a^2+5ab+5b^2}$$

$$6. \frac{a^4-14a^2-51}{a^4-2a^2-15}$$

$$7. \frac{27r+r^4}{18r-6r^2+2r^3}$$

$$8. \frac{ax+bx-ay-by}{rx+px-ry-ry}$$

$$9. \frac{6xy+2y-3x-1}{p+q-2yp-2yq}$$

$$10. \frac{4x^4+4x^2+1}{6bx^2+3b}$$

$$11. \frac{2x^3-xy-2x^2y+y^2}{3xy-y^3-3x^2+xy^2}$$

$$12. \frac{x-xy+z-zy}{1-3y+3y^2-y^3}$$

$$13. \frac{p^6-1}{3p^2x-3x}$$

$$14. \frac{3x^2-3a^2}{3x^2-6ax+3a^2}$$

$$15. \frac{14x^4+21x^3-14x^2}{24x^4+36x^3-24x^2}$$

$$16. \frac{4x^3-8x^2-15x+9}{6x^2+5x-6}$$

$$17. \frac{n^2-3n-4}{n^2-n-12}$$

$$18. \frac{s^2+6s+9}{9-s^2}$$

$$19. \frac{a^3+2a^2-121a-242}{a^3+2a^2-4a-8}$$

$$20. \frac{k^4+3k^3-7k^2-27k-18}{k^4-10k^2+9}$$

Determinar con qué valor(s) de x , las fracciones son indeterminadas.

1. $\frac{3x^2 + x}{4x - x^3}$

2. $\frac{x^2 - 2x - 15}{x^2 - 3x - 40}$

3. $\frac{18x^2 - 27x - 11}{15x^2 - 26x + 8}$

4. $\frac{35 + 16x - 3x^2}{4x^2 - 25x + 36}$

Encontrar los polinomios que hacen verdadera la igualdad, teniendo en cuenta que cada fracción está en su forma más simple.

1. $\frac{3x-2}{x+1} * \frac{\square}{\square} = \frac{x+1}{x+4}$

2. $\frac{x-12}{\square} * \frac{6x^2-17x+5}{\square} = \frac{3x-1}{28x^2+11x+1}$

3. $\frac{6a^2-10a}{\square} \div \frac{\square}{(3a-2)(9a^2+74a+)} = \frac{2a^2+16a}{3a+2}$

4. $\frac{\square}{7d^2+19d+10} \div \frac{5d^2+37d-72}{\square} = \frac{3d-1}{5d-8}$

Encontrar el error en cada una de las simplificaciones que se listan.

1. $\frac{4x^2-5}{2x+9} = \frac{2x-5}{9}$

2. $\frac{2x+1}{(2x+1)(x-1)} = \frac{0}{x-1} = 0$

3. $\frac{16-x^2}{4-x} = 4-x$

4. $\frac{x+3-(x^2+4)}{(x+3)(x+1)} = -\frac{x^2+4}{x+1}$

5. $\frac{(y-3)(y+7)}{(3-y)(2y-9)} = \frac{y+7}{2y-9}$

6. $\frac{(b-2)^2}{b^2-4} = 1$

Operar y simplificar cada una de las siguientes fracciones algebraicas.

1. $\frac{x}{y-3z} - \frac{3x+1}{y-3z}$

2. $\frac{x+1}{x^2+5x+6} - \frac{2x+3}{x^2+3x+2}$

3. $\frac{1}{4a-12} - \frac{a^2+9}{a^3-27} - \frac{a}{a^2+3a+9}$

4. $\frac{x-2y}{2x^2+7xy-4y^2} + \frac{3x+y}{6x^2-xy-y^2} - \frac{x+y}{3x^2+13xy+4y^2}$

5. $\frac{2x-3}{6x^2+7x+2} + \frac{3}{2x+1} + \frac{2x-1}{6x+4}$

6. $\frac{a^2+b^2}{a^3-b^3} - \frac{a+b}{2a^2+2ab+2b^2} - \frac{1}{2a-2b}$

7. $\frac{1}{a^2+5} - \frac{a^2-5}{a^4+10a+25} + \frac{a^2+5}{a^4-25}$

8. $\frac{1}{z+1} - \frac{1}{z^2+3z+z} + \frac{1}{z^3+6z^2+11z+6}$

9. $\frac{2a}{a+3} + \frac{3a}{a-3} + \frac{2a}{9-a^2}$

10. $\frac{x}{x^2-5x+6} - \frac{1}{2-x} - \frac{2x}{(3-x)(1-x)}$

11. $\frac{2x-3}{2x^2+x-6} + \frac{2}{4x^2-9} - \frac{x}{2x^3-9x^2-11x+30}$

12. $\frac{9r^2+3r-2}{12r^2+5r-2} * \frac{8r^2-10r-3}{9r^2-6r+1}$

13. $\frac{4c^2-8c-5}{12c^2+46c+40} * \frac{20+8c}{5-2c}$

14. $\frac{x^3+3x^2-4x-12}{2x^2-18} * \frac{x^3-3x^2+3x-9}{3x^3-12x}$

15. $\frac{n^2-(m-p)^2}{15n-15m+15p} * \frac{10n-10m+10p}{m^2-(n-p)^2}$

16. $\frac{(k^2+5k+6)(k^2-2k-3)}{(k^2-1)(k^2-9)}$

17. $\frac{36x^2y^2(x-2y)^2(x+2y)}{12x^2y^3(x^2-4y^2)}$

18. $\frac{(m^2+3m+2)(m^2+7m+12)}{(m^2+9m+20)(m^2+5m+6)}$

19. $\frac{1-x}{a+1} * \frac{a^2+a}{x-x^2} * \frac{x^2}{a}$

20. $\frac{(m+n)^2-x^2}{(m+x)^2-n^2} * \frac{(m-n)^2-x^2}{m^2+mn-mx}$

$$21. \frac{y^2 - 4}{6y^2 - y - 5} \div \frac{y - 2}{y^2 + y - 20}$$

$$22. \frac{16x^2 - 24xy + 9y^2}{16x - 12y} \div \frac{64x^3 - 27y^3}{32x^2 + 24xy + 18y^2}$$

$$23. \left[\frac{x^2 - x - 12}{x^2 - 49} * \frac{x^2 - x - 56}{x^2 + x - 20} \right] \div \frac{x^2 - 5x - 24}{x + 5}$$

$$24. \left[\frac{9x^2 + 12x + 4}{8x^2 + 14x + 3} * \frac{8x^2 - 10x - 3}{6x^2 + 13x + 6} \right] \div \frac{3x^2 + 2x}{9 - 4x^2}$$

$$25. \left[\frac{3y + 2}{5y^2 - y} * \frac{2y^2 - y}{2y^2 - y - 1} \right] \div \frac{6y^2 + y - 2}{10y^2 + 3y - 1}$$

$$26. \left[\frac{2x^2 + 3x}{y^2 - 2y} * \frac{2xy^2 - 4xy}{8x^2 - 18} \right] \div \frac{3x}{6xy - 9y}$$

$$27. \left(\frac{4x^2 + x - 14}{6xy - 14y} \div \frac{x^2 - 4}{4x^2} \right) \left(\frac{x - 2}{4x - 7} \div \frac{2x^2 + 4x}{3x^2 - x - 14} \right)$$

$$28. \frac{a^2 - 5a}{b + b^2} \div \left(\frac{a^2 + 6a - 55}{b^2 - 1} * \frac{ab + 3a}{ab^2 + 11b^2} \right)$$

$$29. \frac{(a^2 - ax)^2}{a^2 + x^2} * \frac{1}{a^3 + a^2x} \div \left(\frac{a^3 - a^2x}{a^2 + 2ax + x^2} * \frac{a^2 - x^2}{a^3 + ax^2} \right)$$

$$30. \left(\frac{2x^2 - x - 1}{2x^2 + 5x + 2} * \frac{4x^2 + x - 14}{16x^2 - 49} \right) \div \frac{x - 1}{16x^2 + 56x + 49}$$

$$31. \frac{x^4 - 1}{x^3 - 1} \left(1 - \frac{x}{(x+1)^2} \right) \div \left(\frac{1}{x} + x \right)$$

$$32. \left(\frac{a^2 - b^2}{a^3 + b^3} \right) \left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{ab} + \frac{1}{b^2} \right) \left(\frac{a^3 b^3}{(a-b)^2} \right) - \frac{a^2}{a-b}$$

$$33. \left(\frac{r^4 - t^4}{r^3 + t^3} \right) \left(1 + \frac{rt}{(r-t)^2} \right) \div \left(\frac{1}{r^2} + \frac{1}{t^2} \right)$$

$$34. \left(\frac{x^4 - y^4}{x^2 - 2xy + y^2} \div \frac{x^2 + xy}{x - y} \right) \left(\frac{x^5 - x^3 y^2}{x^3 + y^3} \right) \div \left(\frac{x}{y} - \frac{y}{x} \right)$$

$$35. \left(a + 2x - \frac{14x^2}{2a + x} \right) \left(a - x + \frac{a^2 + 5x^2}{a + 4x} \right)$$

$$36. \frac{x - 2 + \frac{6}{x+3}}{x - 4 + \frac{12}{x+3}} * \frac{\frac{x+3}{4} + \frac{x+3}{x-4}}{\frac{x-3}{7} + \frac{x-3}{x-4}}$$

$$37. \frac{1}{x - \frac{2}{x + \frac{1}{2}}} * \frac{1}{2 + \frac{1}{x}} \div \frac{x}{2x - \frac{x+4}{x+1}}$$

$$38. \frac{\frac{1+x}{1-x} + \frac{4x}{1+x^2} + \frac{8x}{1-x^2} - \frac{1-x}{1+x}}{\frac{1+x^2}{1-x^2} + \frac{4x^2}{1+x^4} - \frac{1-x^2}{1+x^2}}$$

$$39. \frac{1}{1 + \frac{1}{1 - \frac{1}{x}}}$$

$$40. \frac{1}{x - \frac{x}{x - \frac{x^2}{x+1}}}$$

$$41. \frac{1}{a + 2 - \frac{a+1}{a - \frac{1}{a}}}$$

$$42. \frac{2}{1 + \frac{2}{1 + \frac{2}{1 + \frac{2}{x}}}}$$

4

Inecuaciones.

4.1 Inecuaciones en una variable

Escriba 5 números que estén entre cada par de números.

1. Entre 10 y 20

3. Entre -5 y 2

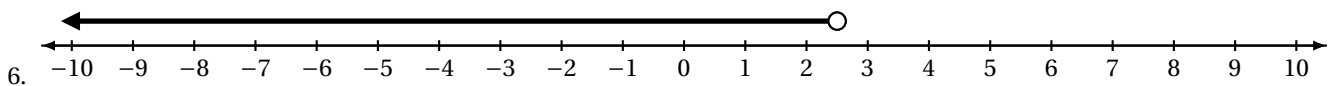
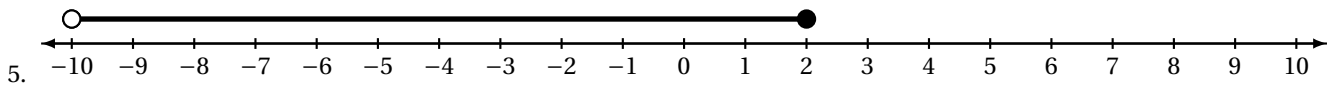
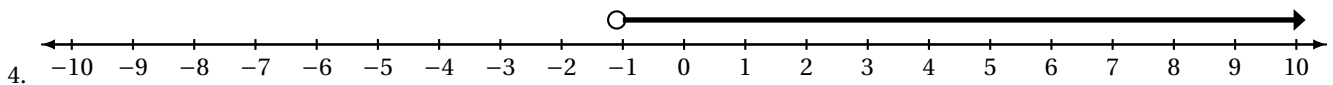
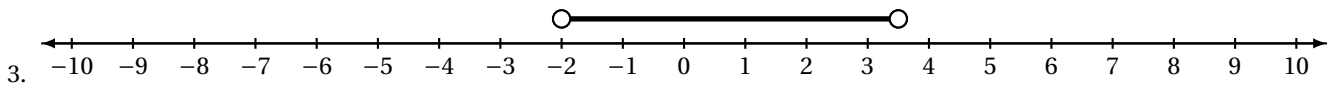
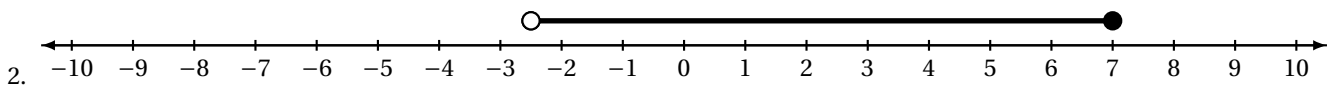
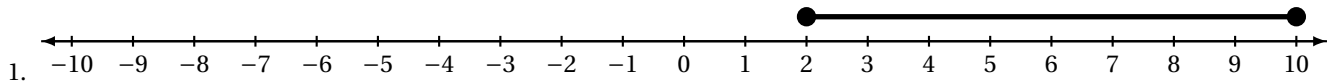
5. Entre $\frac{1}{2}$ y $\frac{3}{4}$

2. Entre -2 y -1

4. Entre 0 y 1

6. Entre 1 y -4

Escriba la notación de intervalo correspondiente para cada uno de los conjuntos representados graficamente.



Escribir la notación correspondiente y representar graficamente cada uno de los siguientes intervalos.

1. $\{x \in \mathbb{R} / 5 \leq x \leq 8\}$
2. $\{x \in \mathbb{R} / -\frac{1}{4} \leq x \leq \frac{1}{4}\}$
3. $\{x \in \mathbb{R} / -2,5 \leq x \leq 3,5\}$
4. $\{x \in \mathbb{R} / -3 \leq x \leq \frac{7}{4}\}$
5. $\{x \in \mathbb{R} / x \leq \frac{1}{2}\}$
6. $\{x \in \mathbb{R} / \frac{5}{2} < x\}$
7. $\{x \in \mathbb{R} / -\infty \leq x \leq \infty\}$
8. $\{x \in \mathbb{R} / 7 \geq x\}$
9. $\{x \in \mathbb{R}\}$
10. $\{x \in \mathbb{R} / \frac{17}{4} > x\}$

Escribir en forma simbólica los siguientes intervalos.

1. $(8, \infty)$
2. $(-11, 4]$
3. $[0, 12]$
4. $(-\infty, 5)$
5. $[15, 25)$
6. $(-\frac{3}{4}, \frac{1}{10})$
7. $[\frac{5}{3}, \infty)$
8. $[0, 2, 8)$

Representar sobre la recta real, cada uno de los intervalos que se listan.

1. $(-\frac{3}{5}, 4] \cap [4, 7)$
2. $[12, 20] \cup (15, 25)$
3. $(-4, 1) \cup [-1, 5)$
4. $\{x / -2 < x \leq 3\} \text{ y } \{x / -\frac{1}{2} < x \leq 2\}$
5. $\{x / -2 < x < 1\} \text{ ó } \{x / 0 \leq x \leq \sqrt{3}\}$
6. $(-2, 0] \cap [-2, \frac{3}{4}]$
7. $[-2, 0) \cup [-1, 2)$

Sin resolver la inecuación, encontrar en cada caso un valor de a que verifique la desigualdad.

1. $1 - a < 0$
2. $3a < 8$
3. $2a > 5a$
4. $1 < a^2 < 9$
5. $-8 < a^3 < 0$
6. $-4a > 16$

Expresar de manera escrita, lo que significa cada una de las siguientes inecuaciones.

1. $2x - 1 > 0$
2. $x^2 > 5$
3. $x^3 < -1$
4. $2x + 3x \geq 100$

Efectuar las operaciones que se plantean entre los intervalos dados.

Si $A = [0, 1]$, $B = (-\infty, 0)$, $C = [1, \infty)$, $D = (\frac{1}{2}, 12]$, y el conjunto universal referencial es \mathbb{R} (los números reales).

1. $A \cup B$
2. $A \cup C$
3. $A \cup B \cup C$
4. $A \cap D$
5. $B \cap D$
6. $C \cap D$
7. $(A \cap B) \cup (C \cap D) \cup (A \cap D)$
8. $A \cap C$
9. $B \cap C$
10. $(A \cap D) \cup B$
11. $(A \cup C) \cap D$
12. $(C \cup D) \cap B$

Resolver las siguientes inecuaciones, expresar la solución en forma gráfica y de intervalo.

1. $x - 2 \leq 5$
2. $2x - 3 < 5$
3. $x + 7 \geq 8$
4. $3 - x < 7$

5. $\frac{3x+2}{8} \leq 1$
6. $7x-4 < 4x+10$
7. $4(5-x)+8(x-2) \geq \frac{1}{2}(3x-5)$
8. $\frac{5x-2}{5} \leq \frac{2-7x}{-3}$
9. $(x-3)^2 < (x-2)^2$
10. $5x-6(x-5) \geq 5(x-4)+2(x+5)$
11. $(x-7)(x+2) < (x-4)(x-5)$
12. $\frac{x}{5} - \frac{x}{2} > \frac{2x}{3} + 1$
13. $4x^2 - (2x-7) + 8 < x(3+4x) + 9x - 5$
14. $-\frac{3x}{2} - \frac{1}{4} > -5x + \frac{2}{3}$
15. $5 - \frac{4}{x} < 13$
16. $(x-3)(x+3) \geq (x+5)^2$
17. $(2x-3)(4x+5) \leq (8x+1)(x-7)$
18. $2 < 3x+2 \leq 8$
19. $3x-4 \leq 8x+6 \leq 14$
20. $2 < x-2 < 7$
21. $3 \leq \frac{2x-3}{5} < 7$
22. $4 > \frac{2-3x}{7} \geq -2$
23. $-2 < \frac{4x+1}{3} \leq 0$
24. $5 \geq \frac{6-5x}{3} > 2$
25. $0 \leq 4 - \frac{1}{3}x < 2$
26. $-2 < 3 + \frac{1}{4}x \leq 5$
27. $3x+8 < 5-3x < 12-5x$
28. $\frac{(x+1)(x-1)}{x+3} \geq 0$
29. $(4-x)(5x-9) \leq 0$
30. $\frac{5}{2x+1} \geq 0$
31. $\frac{4}{9-2x} < 0$
32. $\frac{-2}{5-3x} > 0$
33. $\frac{-3}{5-x} \leq 0$
34. $x^2 - 16 > 0$
35. $\frac{2}{(x-3)^2} > 0$
36. $\frac{15}{x^2+4} < 0$
37. $\frac{2x^2+5}{9+x^2} \geq 0$
38. $\frac{12x-8}{3x+1} \geq 0$
39. $\frac{2}{3-x} \geq \frac{5}{7-x}$
40. $x^2 + x - 2 > 0$
41. $3x^2 + 2x > -5$
42. $2x^2 + 7x + 6 < 0$
43. $6x < 15x^2$
44. $9x^2 - 10x < 0$
45. $-4x < 3x^2$
46. $x^2 - 3x + 4 < 14$
47. $x^2 \geq x + 1$
48. $(x+1)(x-2)(x-4) \geq 0$
49. $x^3 - x^2 - 9x + 9 \leq 0$
50. $x^3 - 6x^2 + 3x + 10 > 0$
51. $\frac{x}{x-4} > 5$
52. $\frac{(2x+1)(\sqrt{x}-2)}{x^2(x-1)^2} \geq 0$
53. $\frac{x^2(x^2-5)}{x^2-4} \leq 0$
54. $\frac{x+3}{x+1} < \frac{x-1}{x-3}$
55. $x^2 + 5 < 0$
56. $x^2 - \frac{1}{3} < 0$
57. $\frac{x^2+6x-9}{x-1} > 0$

58. $\frac{x+1}{-8+6x-x^2} \leq 0$

59. $\frac{2-x}{x-3} > \frac{x+4}{5-x}$

60. $|x| < 4$

61. $|2x| < 3$

62. $|x-1| < 2$

63. $|2x+1| \leq 2$

64. $|2x| < -3$

65. $|x+3| < 0,01$

66. $|3x-5| < 4$

67. $2|-11-7x|-2 < 10$

68. $|x| \geq 7$

69. $|x-3|-0,3 > 0,1$

70. $|3x-7| \geq 5$

71. $|6x-5| \leq -2$

72. $|3x-9| > 0$

73. $|7x+2| > -2$

74. $-\frac{1}{2}|6-5x|+2 \geq 1$

75. $|3x-4| \leq 0$

76. $2|-11-7x|-2 \geq 10$

77. $|7-3x| \geq |5x|$

78. $|3-4x| \leq |6x+1|$

79. $\left|\frac{x}{2}-3\right| \leq 3x-2$

80. $\left|\frac{x+3}{x+1}\right| \leq 1$

81. $\left|\frac{2-3x}{5}\right| \geq 2$

82. $\frac{3}{|5-2x|} < 2$

83. $2 < |2x-1| < 3$

84. $\left|\frac{x-1}{x+1}\right| \leq 2$

85. $\left|\frac{3}{2}-\frac{5}{2}x\right| \geq 4$

86. $(3x-1)(10x+4) \geq (6x-5)(5x-7)$

87. $\frac{x^2(3-x)}{x+2} \leq 0$

88. $x^3 > x^2$

89. $-2|x-3|+1 \geq -5$

90. $\frac{x^3-3x^2+x-3}{x^2-9} \geq 0$

91. $x^4+5x^2 < 16$

92. $x(3x-1) \leq 4$

93. $x^3+2x^2-4x-8 \geq 0$

94. $2x^3-3x^2-2x+3 \leq 0$

95. $\frac{(x+3)^2(2-x)}{(x+4)(x^2-4)} \leq 0$

96. $\frac{x^2-x}{x^2+2x} < 0$

97. $\frac{x^2(x+2)}{(x+2)(x+1)} \leq 0$

Determinar una inecuación promedio de la cual, se dé solución a la situación planteada.

1. Se requiere construir una ventana de $2m$ de largo. Si se desea que la ventana tenga una superficie no mayor a $1,50m^2$, ¿cuál puede ser la medida de la altura?
2. Se quiere hacer una caja en forma de paralelepípedo recto cuya altura sea de $10cm$, y su ancho de $30cm$. Si se desea que tenga un volumen mayor que $9000cm^3$ y no mayor a $15000cm^3$, ¿cuál puede ser el largo de la caja?
3. Se requiere hacer un cilindro cuya altura sea $0,80m$. Si se desea que no tenga un volumen menor sw $2m^3$ ni mayor a $2,50m^3$ ¿cuál puede ser el radio de su base?.
4. Si un objeto se lanza verticalmente hacia arriba, desde el nivel del piso, con una velocidad inicial de $320pies/s$, entonces su distancia s , al piso, a los t segundos es $s = 16t^2 + 320t$, ¿para que valores de t estará el objeto a más de 1536 pies sobre el piso?.

5

Ecuaciones.

5.1 Ecuaciones.

Determinar la solución de las siguientes ecuaciones lineales.

1. $-2(x-4) + 5x = 4(3-x) + 6x$

2. $5(x-1) + 16(2x+3) = 3(2x-7) - 4x + 8$

3. $3x[-5x - (x-4)] = 10x - 2(-5x-9)$

4. $\frac{4}{3}(5x-2) = 7[x - (5x-2)]$

5. $3x + \frac{x}{5} - 5 = \frac{1}{5} + 5x$

Determinar la solución de las siguientes ecuaciones, de tipo lineal.

1. $(x+3)^3 - (3x-1)^2 = x^3 + 4$

2. $(x-1)^3 = (x+1)^3 - 6x^2$

3. $(2x-5)^2 + (3x-3)^2 = 13x^2 - 5x + 7$

4. $(8x-2)(3x-4) = (4x+3)(6x+1)$

5. $(3x-2)^2 = (x-5)(9x+4)$

6. $\frac{3x}{x-2} = 1 + \frac{6}{x-2}$

7. $\frac{3}{2x-4} - \frac{5}{x+3} = \frac{2}{x-2}$

8. $\frac{3x+1}{6x-2} = \frac{2x+5}{4x-13}$

9. $\frac{-5}{3x-9} + \frac{4}{x-3} = \frac{5}{6}$

10. $2 - \frac{5}{3x-6} = \frac{3}{5}$

11. $\frac{7}{y^2-4} - \frac{4}{y+2} = \frac{5}{y-2}$

12. $\frac{3}{2x+5} + \frac{4}{2x-5} = \frac{14x+3}{4x^2-25}$

13. $\frac{-3}{x+4} + \frac{7}{x-4} = \frac{-5x+4}{x^2-16}$

14. $\frac{x-1}{2} + \frac{x+1}{3} = \frac{x-1}{4}$

15. $\frac{3}{x-3} + \frac{2}{x-2} = \frac{5}{x^2-5x+6}$

Plantear una ecuación lineal, por medio de la cual se resuelva la situación planteada.

1. Si un número se multiplica por 8 el resultado es el número aumentado en 21. hallar el número.
2. la edad de maría es el triple de la de rosa más quince años y ambas edades suman 59 años. Hallar ambas edades.
3. Se ha comprado un traje, un bastón y un sombrero por \$259. El traje costó 8 veces lo que el sombrero y el bastón \$30 menos que el traje, hallar los precios respectivos.
4. Una torre inalámbrica tiene 100 metros de altura. Un ingeniero determina electronicamente que la distancia desde la punta de la torre hasta una casa cercana es 1 metro mayor que la distancia horizontal desde la torre hasta la casa. Determina la distancia desde la base de la torre hasta la casa y la distancia desde la punta de la torre hasta la casa.
5. El perímetro de un círculo mide 400 cm. ¿cuál es su radio?.
6. El largo de un rectángulo es dos veces el ancho. Si el perímetro del rectángulo es de 30 cm, ¿cuál es el largo y cuál es el ancho?
7. Un vendedor de galletas gasta \$24 dólares en ingredientes y cobra \$2 dólares por cada galleta. Si al final del día su ganancia neta es de \$88 dólares. ¿cuántas galletas vendió?.
8. Un empleado deberá pagar en impuestos \$3000 dólares, más el 20 % de sus ingresos. Si pagó \$6500 en impuestos, ¿cuántos eran sus ingresos?.
9. Una ejecutiva de una compañía de ingeniería tiene un salario mensual más un bono para la navidad de \$8500 dólares. Si gana un total de \$97,300 dólares al año. ¿cuál es su salario mensual?.
10. La gerencia de la compañía lotero quiere saber cuántas unidades de su producto necesita vender para obtener una utilidad de \$150,000. Se cuenta con los siguientes datos: Precio unitario de venta, \$50; costo variable por unidad, \$25; costo fijo total, \$500,000. Apartir de esta información, determina las unidades que deben venderse.
11. La edad de un padre es el triple de la edad de su hijo. la edad que tenía el padre hace 5 años era el doble de la edad que tendrá su hijo dentro de 10 años. Hallar las edades actuales.
12. Un coche parte de un punto a 30 millas de cartagena y se aleja de cartagena a una velocidad de 40 millas por hora. ¿cuánto tiempo pasará antes de que el coche esté a 230 millas de distancia de cartagena?

Resolver para la variable indicada en cada caso.

1. $I = prt$ (Interés simple), despejar p .
2. $L = 2\pi r$ (Longitud de una circunferencia), despejar r .
3. $A = \frac{1}{2}bh$ (Área de un triángulo), despejar h .
4. $F = g \frac{mM}{d^2}$ (ley de Newton, la gravitación), despejar m .
5. $P = 2a + 2l$ (Perímetro de un rectángulo), despejar l .
6. $A = p + prl$ (Principal más interés), despejar r .
7. $A = \frac{1}{2}(b_1 + b_2)h$ (Área de un trapecio), despejar b_1 .
8. $S = \frac{1}{2}gr^2 + v_0t$ (Recorrido de un objeto que cae), despejar g .
9. $S = \frac{p}{q + p(1 - q)}$ (Ley de Amdahl, para supercomputadoras), despejar q .

10. $S = 2(lw + hw + hl)$ (Superficie de una caja rectangular), despejar h .
11. $\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{q}$ (Ecuación de los lentes), despejar q .
12. $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$ (Tres resistencias conectadas en paralelo), despejar R_2 .
13. $V = \frac{1}{2}kx^2$, despejar x
14. $p = \frac{m}{\frac{1}{3}mr^2h}$, despejar r
15. $E = \frac{1}{2}mv^2 + mgh$, despejar v
16. $\Delta k = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$, despejar v_1^2
17. $v = \sqrt{v_0^2 + 2ax - 2ax_0}$, despejar v_0
18. $\Delta k = \frac{1}{2}m\left(\frac{x}{t}\right)^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$, despejar t .
19. $4x^2 - 4xy + 1 - y^2 = 0$, para x
20. $2x^2 - xy = 3y^2 + 1$, para y

Solucionar las ecuaciones con radicales que son reducibles a ecuaciones lineales.

- | | |
|---|--------------------------------------|
| 1. $\sqrt{x-5} + \sqrt{x-4} = 9$ | 5. $\sqrt{x} + \sqrt{x+9} = 9$ |
| 2. $\sqrt{x+6} - 2\sqrt{x+15} = -6\sqrt{x-9}$ | 6. $\sqrt{2x+10} - \sqrt{x+22} = -1$ |
| 3. $\sqrt{5x-7} - 5 = 0$ | 7. $3\sqrt{x+10} = \sqrt{9x-14} + 4$ |
| 4. $\sqrt{4x^2-7} - 2x = -3$ | 8. $\sqrt{15+x} = 4\sqrt{x}$ |

Resolver por factorización, las siguientes ecuaciones cuadráticas.

- | | |
|-------------------------|-----------------------------|
| 1. $(n+1)(n-9) = 0$ | 10. $9k^2 = 4k$ |
| 2. $3x(2x+1)(2x+5) = 0$ | 11. $y^2 = 16y$ |
| 3. $15n(n+15) = 0$ | 12. $4x - 4x^2 = 1$ |
| 4. $n(5n-2)(2n+5) = 0$ | 13. $8x^3 - 2x^2 = 0$ |
| 5. $y^2 - 3y + 2 = 0$ | 14. $10y^3 - 5y^2 = 0$ |
| 6. $6x^2 + x - 12 = 0$ | 15. $4x^3 - 12x^2 + 8x = 0$ |
| 7. $k^2 - 12k + 35 = 0$ | 16. $2n^3 - 30n^2 = -100n$ |
| 8. $15x^2 - 12 = -8x$ | 17. $x^2 = 169$ |
| 9. $x(3x+10) = 77$ | 18. $x^2 = 361$ |
| | 19. $25x^2 = 9$ |

20. $(x-3)^2 = 17$

21. $(x+4)^2 = 31$

22. $4(x+2)^2 = 11$

Resolver las ecuaciones, de tipo cuadrático.

1. $\frac{2x}{x+3} + \frac{5}{x} - 4 = \frac{18}{x^2+3x}$

2. $\frac{5x}{x-2} + \frac{3}{x} + 2 = -\frac{6}{x^2-2x}$

3. $\frac{5x}{x-3} + \frac{4}{x+3} = \frac{90}{x^2-9}$

4. $\frac{3x}{x-2} + \frac{1}{x-2} = \frac{-4}{x^2-4}$

5. $(x-1)5x - 2(2x^2 - 7x) = -8$

6. $(x-1)^2 + 11x + 199 = 3x^2 - (x-2)^2$

7. $(x-2)(x+2) - 7(x-1) = 21$

8. $2x^2 - (x-2)(x+5) = 7(x+3)$

9. $\frac{5}{x} - \frac{1}{x+2} = 1$

10. $\frac{x-13}{x} = 5 - \frac{10(5x+3)}{x^2}$

11. $\frac{1}{4}(x-4) + \frac{2}{5}(x-5) = \frac{1}{5}(x^2 - 53)$

12. $\frac{4x^2}{x-1} - \frac{1-3x}{4} = \frac{20x}{3}$

13. $\frac{x+4}{x+5} - \frac{x+2}{x+3} = \frac{1}{24}$

14. $\frac{x-1}{x+1} + \frac{x+1}{x-1} = \frac{2x+9}{x+3}$

Empleando la fórmula general, resolver las siguientes ecuaciones.

1. $6x^2 - x = 2$

2. $x(x+3) = 5x+3$

3. $\frac{3}{2}x^2 - 4x - 1 = 0$

4. $9x+1 = 3(x^2-5) - (x-3)(x+2)$

5. $\frac{5}{3}x^2 - 3x = -1$

6. $(5x-2)^2 - (3x+1)^2 - x^2 - 60 = 0$

7. $\frac{5}{w^2} - \frac{10}{w} + 2 = 0$

8. $(x+4)^3 - (x-3)^3 = 343$

9. $\frac{x+1}{3x+2} = \frac{x-2}{2x-3}$

10. $(5x-4)^2 - (3x+5)(2x-1) = 20x(x-2) + 27$

11. $\frac{5x}{x^2+9} = -1$

12. $\frac{1}{7}x^2 + 1 = \frac{4}{7}x$

Resolver las ecuaciones, completando el cuadrado.

1. $x^2 + 6x + 7 = 0$

2. $x^2 - 8x + 11 = 0$

3. $4x^2 - 12x - 11 = 0$

4. $2y^2 = 9y - 9$

5. $2(x-5)^2 = 42$

6. $\frac{x^2}{4} - x = 3$

Empleando el discriminante $b^2 - 4ac$, determinar la naturaleza de las raíces para cada una de las siguientes ecuaciones cuadráticas.

1. $x^2 - 4x - 5 = 0$

2. $x^2 + x - 9 = 0$

3. $\frac{x^2}{4} - x + 3 = 0$

4. $x^2 + 12x = -36$

5. $\sqrt{3}x^2 - 4\sqrt{3} = 0$

6. $z^2 - 12z + 37 = 0$

Determinar la solución de cada una de las ecuaciones de tipo cuadrático

1. $3(x+3) + \sqrt{x+3} = 2$

2. $\sqrt{\sqrt{x+16} - \sqrt{x}} = 2$

3. $\sqrt{3 - \sqrt{3 + \sqrt{x - \sqrt{2x+1}}}} = 1$

4. $\frac{1}{\sqrt{1+x} - \sqrt{x}} + \sqrt{x} + \sqrt{1+x} = 4$

5. $\sqrt{x^2 + x + 1} + \sqrt{x^2 - x + 1} = 1$

6. $\sqrt{1+4\sqrt{x}} = \sqrt{x} + 1$

7. $2x - 9\sqrt{x+2} + 14 = 0$

8. $\sqrt{x^2 + 12} + \sqrt[4]{x^2 + 12} - 6 = 0$

9. $\sqrt{\frac{x+3}{x-3}} - 2\sqrt{\frac{x-3}{x+3}} = 1$

10. $9\sqrt{x^2 - 9x + 28} + 9x = x^2 + 36$

11. $\sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x+1}}}} = 2$

12. $\sqrt{\sqrt{x+3} - \sqrt{\sqrt{x} - 3}} = \sqrt{2\sqrt{x}}$

Resolver los siguientes problemas, aplicando ecuaciones cuadráticas.

- Encuentre dos enteros pares consecutivos cuyo producto sea 2,400
- Una botánica dispone para experimentación de una parcela rectangular de 20 por 50 metros. ella desea agrandar el área añadiéndole una misma cantidad de metros al ancho y al largo, de modo que le resulte un terreno de plantación de 2,275 metros cuadrados. ¿Cuánto debe agregar al ancho y al largo?
- Hay 120 sillas en un salón. Si el número de sillas en cada fila es 7 menos que el número de filas, ¿Cuántas sillas hay en cada fila?
- Una pintura cuyas dimensiones son 25cm por 30cm está enmarcada en un cuadro. La pintura está rodeada por un margen de ancho uniforme. Si el área del margen es 174cm², ¿Cuál es el perímetro del cuadro?
- Una caja abierta se forma de una pieza cuadrada de cartón al cortar cuadrados de 2cm de lado en cada una de las esquinas y doblar los lados. ¿Cuáles son las dimensiones de una caja que tenga un volumen de 242cm³?
- Una ventana tiene la forma de un rectángulo con un semicírculo encima. Hallar las dimensiones del rectángulo si el perímetro y el área de la ventana son $\frac{142}{7}m$ y $\frac{184}{7}m$ Respectivamente.
- La suma de un número y su cuadrado es 56. Encuentre el número.

Completar el cuadrado en cada una de las siguientes ecuaciones.

1. $k^2 - 12k + \dots = (k - \dots)^2$

2. $q^2 - \frac{2}{3}q + \dots = (q - \dots)^2$

3. $m^2 + 5m + \dots = (m + \dots)^2$

4. $x^2 - \dots + 25 = (x - \dots)^2$

5. $x^2 + \dots + \frac{49}{4} = (x + \dots)^2$

6

Sistemas de ecuaciones.

6.1 Sistemas de ecuaciones

Determinar las solución de cada uno de los sistemas lineales que se listan.

$$1. \begin{cases} x = 5 + y \\ x = -2 + y \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} 3x - 2 = y \\ x + y = 3 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} x - 2y = 3 \\ 2x + 4y = 6 \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} 3x - y = 7 \\ -2x - y = -8 \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} 2x - y = -3 \\ 2x + 3 = 2 \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} 3x + 2y = 4 \\ 6x + 4y = 8 \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} 7x - 8y = 9 \\ 4x + 3y = -10 \end{cases}$$

$$8. \begin{cases} 9v - 2z = 10 \\ 3v = 17 + 5z \end{cases}$$

$$9. \begin{cases} \frac{9}{3} + \frac{5}{10} = -1 \\ \frac{x}{3} - \frac{y}{10} = -5 \end{cases}$$

$$10. \begin{cases} \frac{x}{3} + \frac{y}{5} = \frac{1}{10} \\ \frac{y}{2} - \frac{x}{7} = \frac{1}{14} \end{cases}$$

$$11. \begin{cases} \frac{4x - 3y - 3}{x + y - 2} = 5 \\ x + 2y = 1 \end{cases}$$

$$12. \begin{cases} \frac{3}{x-1} + \frac{4}{y+2} = 2 \\ \frac{6}{x-1} - \frac{7}{y+2} = -3 \end{cases}$$

$$13. \begin{cases} \frac{1}{2}t - \frac{1}{5}v = \frac{3}{2} \\ \frac{2}{3}t - \frac{1}{12} = -\frac{1}{4}v \end{cases}$$

$$14. \begin{cases} \frac{1}{3}c + \frac{1}{2}d = 5 \\ c - \frac{2}{3}d = -1 \end{cases}$$

$$15. \begin{cases} c = 3d - 4 \\ c + d = 16 \end{cases}$$

$$16. \begin{cases} 4x - 2y - 7 = 0 \\ x = \frac{1}{2}y + 5 \end{cases}$$

$$17. \begin{cases} \frac{c}{2} - \frac{d}{5} = -4 \\ -\frac{c}{3} - \frac{3}{5}d + 7 = 0 \end{cases}$$

$$18. \begin{cases} \frac{y}{2} - x = -1 \\ x + y + 7 = 0 \end{cases}$$

$$19. \begin{cases} \frac{2}{4} + \frac{3}{5} = -2 \\ \frac{x}{4} - \frac{y}{5} = 1 \\ \frac{2}{x} - \frac{3}{y} = 1 \end{cases}$$

$$20. \begin{cases} 3x + 7y = 9 \\ y = 5 \end{cases}$$

$$21. \begin{cases} \sqrt{3}x - \sqrt{2}y = 2\sqrt{3} \\ 2\sqrt{2}x + \sqrt{3}y = \sqrt{2} \end{cases}$$

$$22. \begin{cases} 0,11x - 0,03y = 0,25 \\ 0,12x + 0,05y = 0,70 \end{cases}$$

$$23. \begin{cases} \frac{5}{x-3} - \frac{11}{y-1} = 0 \\ y(x-4) = x(y-6) \end{cases}$$

$$24. \begin{cases} \frac{3}{5}x - \frac{1}{5}y = 2 \\ 2x = \frac{4}{2}y \end{cases}$$

$$25. \begin{cases} 3x - 4y - 2(2x - 7) = 0 \\ 5(x - 1) - (2y - 1) = 0 \end{cases}$$

$$26. \begin{cases} x(y - 2) - y(x - 3) = -14 \\ y(x - 6) - x(y + 4) = 54 \end{cases}$$

$$27. \begin{cases} 3x + 2y + 4z = 6 \\ 6x - 5y - 6z = -3 \\ 9x + 6y - 16z = -3 \end{cases}$$

$$28. \begin{cases} 3x - 2y + 3z = 25 \\ 2x - 4y + 2z = 14 \\ x - y - z = -4 \end{cases}$$

$$29. \begin{cases} x + 3z = -3 \\ 2y - z = 12 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$$

$$30. \begin{cases} 2z + 4x = 4 \\ 6y - 4z = 44 \\ 2y - 4x = -26 \end{cases}$$

$$31. \begin{cases} \frac{x+y}{7} = \frac{y+4}{5} \\ \frac{x-z}{3} = \frac{y-4}{10} \\ \frac{y-z}{3} = \frac{x+2}{10} \end{cases}$$

$$32. \begin{cases} x - \frac{y+z}{3} = 4 \\ y - \frac{8}{2}x = 10 \\ z - \frac{y}{2}x = 5 \end{cases}$$

$$33. \begin{cases} \frac{1}{2}(x+z-5) = y-z \\ \frac{1}{2}(x+z-5) = 2x-11 \\ \frac{1}{2}(x+z-5) = 9-x-2z \end{cases}$$

$$34. \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 5 \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 6 \\ \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 7 \end{cases}$$

Resolver el sistema para x y y .

$$1. \begin{cases} x + y = a + b \\ x - y = a - b \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} \frac{x}{b} + \frac{y}{a} = 2 \\ \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = \frac{a^2 + b^2}{ab} \end{cases}$$

Encontrar el valor de c con el cual el sistema tiene exactamente una solución.

$$1. \begin{cases} cx - 2y = 7 \\ 3x + 4y = 8 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} x + cy = 1 \\ y + x = -1 \\ z + x = -6 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} 2x + cy = 5 \\ x - y = 2 \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} 3z - 5x = 10 \\ cx - 3y = -7 \\ 3y - 5z = -13 \end{cases}$$

Encontrar el valor de k con el cual el sistema NO tiene solución.

1.
$$\begin{cases} 3y - kx = -4 \\ 4x + 6y = 7 \end{cases}$$

2.
$$\begin{cases} 3y - kx = -4 \\ -4x - 6y = -8 \end{cases}$$

3.
$$\begin{cases} kx - y = 5 \\ -4x + 2y = -10 \end{cases}$$

Escribir, en cada caso, un sistema de ecuaciones lineales que cumpla la condición dada.

1. Tenga la solución $(-2, 3)$
2. Tenga la solución $(0, 0)$
3. El sistema no tiene solución y las rectas pasan por los puntos $(2, 0)$ y $(3, 0)$, Respecttivamente.
4. El sistema tiene infinitas soluciones y las rectas que pasan por el punto $(-1, 3)$

Determinar las solución de cada uno de los sistemas NO lineales que se listan.

1.
$$\begin{cases} x + 3y = 5 \\ x^2 + y^2 = 25 \end{cases}$$

8.
$$\begin{cases} y = 20/x^2 \\ y = 9 - x^2 \end{cases}$$

2.
$$\begin{cases} y^2 = 1 - x \\ x + 2y = 1 \end{cases}$$

9.
$$\begin{cases} 6x^3 - y^3 = 1 \\ 3x^3 + 4y^3 = 36 \end{cases}$$

3.
$$\begin{cases} x^2 - y^2 = 4 \\ x^2 + y^2 = 12 \end{cases}$$

10.
$$\begin{cases} 2x - 3y - z^2 = 0 \\ x - y - z^2 = 0 \\ x^2 - xy = 0 \end{cases}$$

4.
$$\begin{cases} 25y^2 - 16x^2 = 400 \\ 9y^2 - 4x^2 = 36 \end{cases}$$

5.
$$\begin{cases} x^2 - 2y = 1 \\ x^2 + 5y = 29 \end{cases}$$

11.
$$\begin{cases} x^2 + z^2 = 5 \\ 2x + y = 1 \\ y + z = 1 \end{cases}$$

6.
$$\begin{cases} 3x^2 + 4y = 17 \\ 2x^2 + 5y = 2 \end{cases}$$

7.
$$\begin{cases} xy = 2 \\ 3x - y + 5 = 0 \end{cases}$$

12.
$$\begin{cases} y^2 - 4x^2 = 4 \\ 9y^2 + 16x^2 = 140 \end{cases}$$

Plantear un sistema que permitir dar solución a cada situación.

1. El perímetro de una sala rectangular es $46m$. El largo es $7m$ menos que dos veces el ancho. ¿cuáles son las dimensiones de la sala?.
2. La suma de los dígitos de un número de dos dígitos es 14. si invierten los dígitos, el número aumentado es 18. Cuál es el número?.
3. Alberto tiene 13años más que Berta. Si el doble de la edad de Berta excede en 29 años la edad de Alberto, hallar ambas edades.
4. Si multiplicamos por 3 el numerador de una fracción y añadimos 12 al denominador, el valor de la fracción es tres cuartos, y si el numerador se aumenta en 7 y se triplica el denominador, el valor de la fracción es un medio, hallas la fracción.
5. Hallar dos números sabiendo que si se divide el mayor por el menor, el cociente es dos, y si se divide el quintuple del menor por el mayor el cociente es dos y el residuo es tres.

6. Una caja de cartón contiene 144 cajas pequeñas. Algunas pesan un cuarto de libra y otras pesan media libra, cuántas hay de cada tipo, si el contenido total de la caja pesa 51 libras?
7. Una dieta especial consiste en cápsulas A, B y C. Cada unidad de A tiene 2 gramos de grasa, 1 gramo de carbohidratos y 3 gramos de proteína. Cada unidad de B tiene 1 gramo de grasa, 2 gramos de carbohidrato y 3 gramos de proteínas. Cada unidad de C tiene 3 gramos de grasa, 2 gramos de carbohidratos y 1 gramo de proteínas. ¿Cuántas cápsulas de A, B y C deben usarse si la dieta debe proporcionar exactamente 13 gramos de grasa, 11 gramos de carbohidratos y 12 gramos de proteínas?
8. Una parte de \$250,000 se coloca al 5%, y otra parte al 6% y una tercera parte al 8% mensual. El interés total que se recibe por las tres partes es \$16,000. Además, el interés de la parte colocada al 8% es igual a la suma de los intereses de las otras dos partes. ¿Qué cantidad se colocó en cada uno de los porcentajes?
9. Reparten \$86,000 entre tres personas, de manera que la parte de la primera sea a la de la segunda como 2 es a 3, y que la segunda sea a la de la tercera como 5 es a 6. ¿Cuánto se repartió a cada persona?
10. ¿Es posible fabricar un acuario en forma de ortoedro con tapa de vidrio y dos extremos cuadrados, que contenga 16 pies^3 de agua y se construya con 40 pies^2 de cristal?. Ignorar el espesor del vidrio. (sistema no lineal)
11. Una cafetería tiene 120 mesas, "x" mesas con cuatro asientos cada una, "y" mesas de ocho sillas cada una. Si la capacidad de asientos de la cafetería es 640 y la mitad de las mesas de cuatro sillas equivale al número de mesas de ocho sillas. ¿Cuántas mesas de cuatro sillas hay?
12. El largo de un rectángulo es 5m más que el doble de su ancho. Si el perímetro del rectángulo es 130m, ¿Cuál es su área?
13. En la finca del tío de Ana hay gallinas y perros. En total se puede contar 148 patas y 60 cabezas. ¿Cuántos perros y cuántas gallinas hay en la finca del tío de Ana?
14. Una persona cambia 1000 en monedas de \$50 y \$20. Si recibe 32 monedas en total. Cuántas monedas recibió de \$50 y de \$20?

7

Razones trigonométricas.

7.1 Razones trigonométricas

Completar la siguiente tabla con la correspondiente equivalencia en cada casilla.

Grados	720°				360°		225°	180°	150°					45°	30°
Radianes			$\frac{5\pi}{2}$	$\frac{9\pi}{4}$	2π					$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{2\pi}{3}$		$\frac{\pi}{3}$		
Revoluciones(#vueltas)		$\frac{3}{2}$			1	$\frac{3}{4}$						$\frac{1}{4}$			

Expresar θ como un ángulo en grados, minutos y segundos.

- $\theta = 2rad$
- $\theta = 5rad$
- $\theta = 1,5rad$
- $\theta = -0,438rad$

Expresar el ángulo en radianes, aproximado a dos cifras decimales.

- $48^\circ 15'$
- $152^\circ 12' 4''$
- $15,9^\circ$
- $171,887^\circ$

En un plano, dibujar el ángulo dado en posición normal y determinar dos ángulos coterminales positivos y dos negativos.

- 120°
- 135°
- -30°
- $\frac{5\pi}{6}$
- $-\frac{\pi}{4}$
- $\frac{2\pi}{3}$
- $-\frac{5\pi}{4}$

Determinar el ángulo entre 0 y 2π radianes que es coterminal con el ángulo dado en cada caso.

- $-\frac{\pi}{4}$
- $\frac{17\pi}{2}$
- $\frac{11\pi}{3}$
- $5,3\pi$
- -4
- $7,5$

Determinar la medida de un ángulo en posición normal, si el lado final pasa por el punto $p(x, y)$.

- $p: (3, 5)$
- $p: (2, 8)$
- $p: (-1, -4)$
- $p: (2, 3)$

Hallar el ángulo de referencia, para cada uno de los ángulos dados.

- | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------|----------------------|-----------------|
| 1. $\frac{8\pi}{3}$ | 3. $\frac{13\pi}{4} rad$ | 5. $\frac{6\pi}{5} rad$ | 7. $\frac{3\pi}{10}$ | 9. -30° |
| 2. $-\frac{7\pi}{6} rad$ | 4. $-\frac{7\pi}{3} rad$ | 6. -20° | 8. 120° | 10. 300° |
| | | | | 11. 420° |

Escribir cada expresión como función de un ángulo agudo positivo.

- | | | | |
|-----------------------|-----------------------|------------------------|--------------------------------------|
| 1. $\tan(440^\circ)$ | 3. $\csc(825^\circ)$ | 5. $\cot(-315^\circ)$ | 7. $\csc(-7\pi)$ |
| 2. $\sin(-200^\circ)$ | 4. $\cos(-760^\circ)$ | 6. $\sec(-3000^\circ)$ | 8. $\sin\left(\frac{5\pi}{2}\right)$ |

Encontrar el valor exacto de cada expresión, sin utilizar calculadora.

- | | | |
|--------------------------------------|--|--|
| 1. $\cos(210^\circ)$ | 3. $\sec\left(-\frac{11\pi}{4}\right)$ | 5. $\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)}$ |
| 2. $\cot\left(\frac{7\pi}{6}\right)$ | 4. $\csc(-315^\circ)$ | 6. $\sin(135^\circ) - \cos(210)$ |

En un plano, dibujar los ángulos en posición normal y calcular los valores de las seis funciones trigonométricas.

- | | | |
|--------------------|---------------------|---------------------|
| 1. $\frac{\pi}{2}$ | 3. $-\frac{\pi}{2}$ | 5. $\frac{3\pi}{2}$ |
| 2. $-\pi$ | 4. 2π | 6. $\frac{5\pi}{2}$ |

En cada caso, identificar el cuadrante en el que se encuentra el lado terminal del ángulo θ .

- | | |
|-------------------------------------|--|
| 1. $\sin\theta > 0, \cos\theta < 0$ | 4. $\tan\theta > 0$ y $\cot\theta > 0$ |
| 2. $\cos\theta > 0, \tan\theta > 0$ | 5. $\cos\theta > 0$ y $\tan\theta < 0$ |
| 3. $\sec\theta < 0, \sin\theta > 0$ | 6. $\csc\theta > 0, \cos\theta < 0$ |

Calcular los valores de las funciones trigonométricas de θ , conocido el valor de una de ellas.

- | | |
|---------------------------------------|-------------------------------------|
| 1. $\cos\theta = -\frac{4}{5}$ | 3. $\tan\theta = 2, \sin\theta < 0$ |
| 2. $\csc\theta = -\frac{2}{\sqrt{3}}$ | 4. $\sin\theta = m, \cos\theta > 0$ |

Considerando la siguiente información, argumente si es posible determinar lo que se indica.

- Dado $\sin\alpha = \frac{1}{2}$. Calcular $y = (\cos^2\alpha - \sin^2\alpha)\tan^2\alpha$
- ¿Es posible que $\sin\theta = 2$?
- ¿Es posible que $\cos\theta = -4$?

Evaluar las siguientes expresiones, sin utilizar calculadora.

1. $\sin(0^\circ) + 3 \cot(90^\circ) + 5 \sec(180^\circ) - 4 \cos(270^\circ)$

2.
$$\frac{2 \tan(45^\circ) + 3 \cot(270^\circ) - \sec(180^\circ)}{\frac{3}{4} \csc(60^\circ) - \frac{1}{2} \sec(45^\circ)}$$

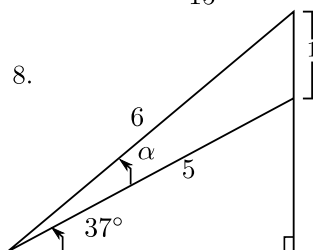
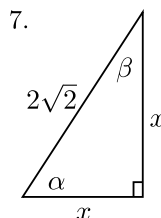
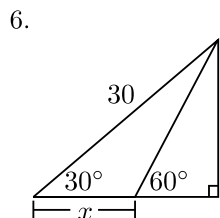
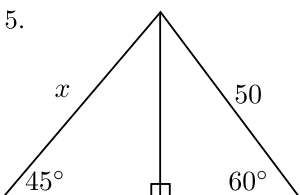
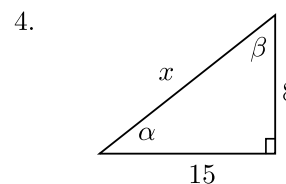
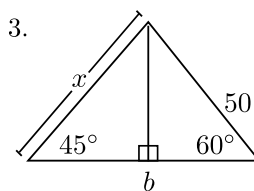
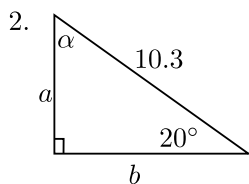
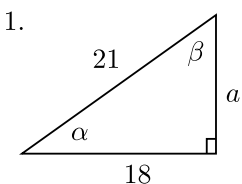
3.
$$\frac{(\sin 45^\circ)(\sec 120^\circ)(\sqrt{2})}{(\cos 300^\circ)(\tan 120^\circ)(\cot 240^\circ)}$$

4.
$$\left(\sin \frac{\pi}{3}\right)\left(\cos \frac{\pi}{6}\right)\left(\tan \frac{5\pi}{4}\right)$$

5. $(\cos 0^\circ)(\sin 45^\circ)(\tan 135^\circ)$

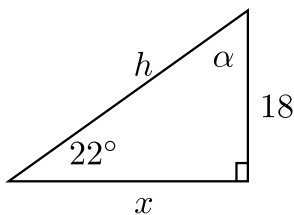
Hallar la medida de los lados y ángulos desconocidos de cada triángulo.

Las figuras no se encuentran a escala.

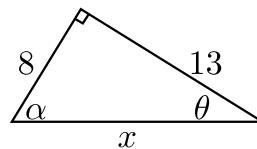


Determinar cuales de las ecuaciones dadas se pueden obtener del triángulo dado.

Las figuras no se encuentran a escala.



Ejercicios 1 a 4.



Ejercicios 5 a 8.

Figura 7.1: Ejercicios 1 a 8.

1. $\alpha = (22^\circ - 90^\circ)$

2. $h = \frac{18}{\cos(22^\circ)}$

3. $x = \frac{18}{\tan(22^\circ)}$

4. $x = \frac{18}{\sin(22^\circ)}$

6. $\cos \alpha = \frac{8}{x}$

5. $\cos \theta = \frac{8}{13}$

7. $x = \sqrt{8^2 + 13^2}$

8. $\cos \theta = \frac{13}{x}$

Con relación al triángulo rectángulo $\triangle ABC$, calcular las partes restantes en cada uno de los siguientes triángulos.

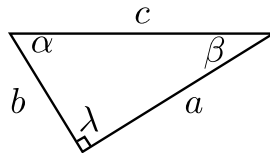


Figura 7.2: Ejercicios 1 a 7.

1. $\alpha = 30^\circ, b = 20$

5. $a = 0,42, c = 0,68$

2. $\beta = 52^\circ, a = 15$

6. $\alpha = 27^\circ 49', b = 68,4$

3. $c = 5,8, b = 2,1$

4. $\alpha = 35^\circ 10', c = 72,5$

7. $b = 320, \frac{\beta}{\lambda} = \frac{3}{5}$

Resolver los siguientes problemas, empleando al menos un triángulo rectángulo.

- Un rectángulo tiene 120,4 m de base y 70,18 m de altura; Calcula los ángulos que forman las diagonales con la base.
- Calcule el perímetro de un hexágono regular inscrito en una circunferencia de 8,5 m de radio.
- Para determinar la altura de una torre transmisora, un topógrafo se sitúa a 300 m de su base. El topógrafo mide el ángulo de elevación y encuentra que es de 40° . Si el teodolito está situado a 2 metros de altura cuando se hace la lectura, ¿Qué tan alta es la torre?
- Determinar la altura de un árbol si los rayos del sol tienen una inclinación de 32° sobre la horizontal y el árbol proyecta una sombra de 8,8 m sobre el piso.
- Un avión sale de un aeropuerto y se eleva manteniendo un ángulo constante de 8° hasta que adquiere una altura de 6 km. Determina a qué distancia horizontal del aeropuerto se encuentra en ese momento.
- Determinar el ángulo que forma la diagonal de un cubo con una de sus aristas.
- Un avión viaja a 5 kilómetros de altura, ¿cuál debe ser el ángulo de elevación para que la distancia horizontal entre el observador y el avión sea 20 kilómetros?
- Un niño ve un anuncio publicitario en la pared de un edificio, con un ángulo de elevación de 12° y está situado a 30 metros del edificio. Si el suelo a los ojos del niño hay 1,10 metros, ¿a qué altura se encuentra el aviso?
- Desde la terraza de un edificio se lanzan 2 proyectiles al suelo y caen en los puntos A y B con trayectorias rectilíneas y ángulos de depresión de 45° y 60° respectivamente. Si la distancia AB es de 50 metros, hallar la altura del edificio.
- Demostrar que el área de un hexágono regular de lado l es $\frac{3\sqrt{3}}{2}l^2$.

11. Un vehículo se desplaza por una carretera de oeste a este. Al pasar por un punto A divisa una antena repetidora de televisión en lo alto de una montaña con un ángulo de elevación de $35^{\circ}40'$. Momentos antes de entrar al tunel que cruza la montaña, y cuando ha recorrido $0,8\text{km}$, la antena se divisa con ángulo de elevación de $42^{\circ}30'$. Si el vehículo cruza el tunel en línea recta, ¿Cuál será la menor distancia por la que pasará respecto de la base de la antena?
12. Un observador ve un globo aerostático con un ángulo de elevación de 30° . Acercándose 800m , el globo se ve con un ángulo de 40° . Determina a que altura se encuentra el globo.
13. Demuestre que el área del triángulo, figura 7.3, $\triangle ABC$ es igual a: $\frac{b \operatorname{sen} \theta}{2}$ ó $\frac{bc \operatorname{sen} \alpha}{2}$

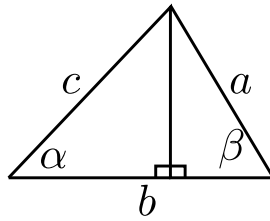


Figura 7.3: Ejercicio 13.

8

Leyes del seno y coseno.

8.1 Ley del seno

Dado el siguiente triángulo, completar la tabla utilizando la ley del seno o coseno.

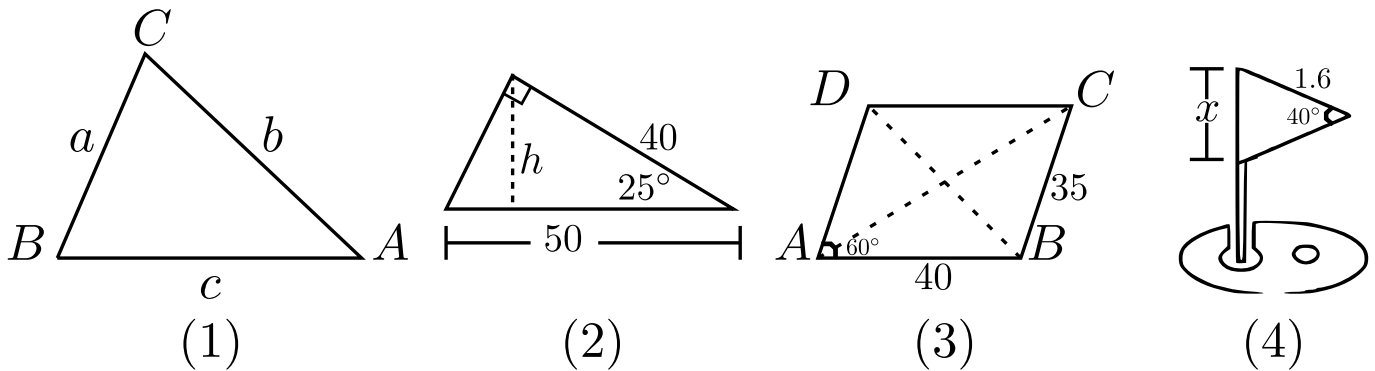


Figura 8.1: Ejercicio.

A	B	C	a	b	c
		35°	12	14	
70°	40°				12
	45°		12	15	
50°	70°				30
55°			15	4	
	100°			24	19
30°				5	4
60°		35°		20	
	120°		100		30
			8	7	5
			9	8	4

1. Calcula el área del siguiente triángulo (inserte imagen2).
2. Calcula la longitud de cada diagonal del paralelogramo (inserte imagen3).
3. Encuentra el valor de la base x de un banderín de fútbol en forma de triángulo isósceles de $1,6m$ de lado y 40° de separación entre los dos lados (inserte imagen4)

4. Un poste colocado en posición vertical tiene una sombra de $4,3m$ cuando los rayos del sol forman un ángulo de 56° con la horizontal. Halla la altura del poste.
5. Para aproximar la longitud de un pantano un topógrafo camina 250 metros de un punto A a un punto B; después gira 75° y camina 220 metros hasta un punto C. Calcule la longitud AC del pantano.
6. Debido a los vientos dominantes, un árbol creció de tal forma que está inclinado 4° de la vertical. En un punto a 35 metros del árbol, el ángulo de elevación, hasta la parte superior del árbol es de 23° . Encuentre la longitud del árbol.
7. Los ángulos de elevación de un globo visto desde puntos A y B al nivel del suelo son $24,10^\circ$ y $47,40^\circ$ respectivamente. Si los puntos A y B están separados 8,4 millas y el globo se encuentra entre ellos, en el mismo plano vertical, calcule la altura del globo respecto al suelo.
8. Un punto P al nivel del suelo está a $3km$ al norte de un punto Q. Un corredor sigue la dirección $N25^\circ E$ desde Q hasta el punto R y después de R a P en dirección $570^\circ N$. Calcular la distancia aproximada que corrió.
9. Dos bancos se dirigen hacia el mismo puerto. El ángulo que forman sus trayectorias mide 30° . Un barco recorre $10km$ antes de llegar al puerto mientras el otro recorre $12km$. ¿A qué distancia se encontraban los barcos?.
10. Un poste de $1,2m$ de alto se encuentra en la cima de una montaña. Si la montaña forma un ángulo en su base de 20° con la horizontal, calcula la longitud del cable que se necesitará para unir la parte superior del poste con un punto ubicado a $2,4m$ cuesta abajo desde la base del poste.
11. Dos barcos viajan en línea recta desde un mismo punto pero en diferente dirección, uno a 35 km/h y el otro a 50 km/h . Dos horas después se encuentran separados el uno del otro $60km$. Calcula el ángulo que los separa en dicho momento.
12. Una antena se sostiene por dos cables que van desde la parte alta de la antena hasta el suelo, a lados opuestos de la misma. Un cable tiene $180cm$ de longitud y forma un ángulo de 28° con la horizontal y el segundo forma un ángulo de 50° con la horizontal. Calcule la longitud del segundo cable y la altura de la antena (distancia perpendicular de la punta más alta al piso).
13. Un poste de teléfono de 10 metros proyecta una sombra de 17 metros hacia abajo de una pendiente, cuando el ángulo de elevación del sol es de 42° . Encuentre el ángulo de elevación de la colina.
14. Un avión de reconocimiento P, que vuela a $30480m$ sobre un punto R en la superficie del agua ve un submarino S a un ángulo de depresión de 37° y a un buque tanque T que se encuentra en el lado opuesto a un ángulo de depresión de 21° . Calcula la distancia entre el submarino y el tanque y la altura del avión.

9

Ecuaciones trigonométricas.